## تمرين عدد 1 :

(1) ABH مثلث قائم في B حيث AB=BH=1

أن E ∈ [AH] . AH = √2 إذن AE = AB = 1

(BH)⊥(AB) و (AB)⊥(AD) إذن (BH)//(AD) لأن $x_B = x_H = 1$

BH = |$y_H - y_B$| = AD بما أن (A,B,D) متعامد

BH = 1 = AB

ومنه : EH = AH − AE

EH = √2 − 1

(2) ن) $\sqrt{8} - 2|1-\sqrt{2}| = 2\sqrt{2} - 2(\sqrt{2}-1)$

$= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2$

$= 2$

(3) في المثلث ABC لدينا : (MN)//(BC) و N ∈ (AC) ،

M ∈ (AB) ، حسب مبرهنة طالس :

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ أن $\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC}$ أي $\frac{MN}{3} = \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}$

ومنه MN = 2

قيس المساحة الملونة : $\frac{BA \times BC}{2} - \frac{\pi MN^2}{2}$

$= \frac{6 \times 3}{2} - \frac{\pi \times 4}{2}$

$= 9 - 2\pi$ .

(4) A(3√2 − 1 ; −4) و B(1 − 3√2 ; 6)

$\frac{x_A + x_B}{2} = 0 = x_J$ و $\frac{y_A + y_B}{2} = \frac{6-4}{2} = 1 = y_J$

إذن J منتصف [AB] .

## تمرين عدد 2 :

(1) $(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+1) = \sqrt{7}^2 + \sqrt{7} - \sqrt{7} - 1^2$

$= 6 > 0$

ولدينا √7 + 1 > 0 إذن √7 − 1 > 0 .

(2) أ) $\left(\frac{\sqrt{7}-1}{2}\right)^2 = \frac{(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}-1)}{4}$

$= \frac{7 - \sqrt{7} - \sqrt{7} + 1}{4}$

$= \frac{8 - 2\sqrt{7}}{4}$

$= \frac{4 - \sqrt{7}}{2}$

$= 2 - \frac{\sqrt{7}}{2}$ .

(2) ب) $a = \sqrt{2 - \frac{\sqrt{7}}{2} + \left(\frac{-1}{2}\right)^2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \sqrt{\left(\frac{\sqrt{7}-1}{2}\right)^2} + \left|\frac{-1}{2}\right| + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \left|\frac{\sqrt{7}-1}{2}\right| + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، لأن √7 − 1 > 0

$= \frac{\sqrt{7}}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$a = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{2}$

(3) أ) $a \cdot b = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{7 - \sqrt{7}\sqrt{3} + \sqrt{3}\sqrt{7} - 3}{4}$

$= 1$

إذن a و b متقلوبان .

ب) $a - b = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3} - \sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{2}$

$a - b = \sqrt{3}$

ج) لدينا $a - b = \sqrt{3}$ أي $a(a-b) = a\sqrt{3}$

$a^2 - ab = a\sqrt{3}$ أي

$a^2 = a\sqrt{3} + 1$ ، $ab = 1$

(4) في المثلث OGF لدينا :

E ∈ (OG) ، H ∈ (OF) ، (EH)//(GF)

حسب مبرهنة طالس :

$\frac{OF}{OH} = \frac{OG}{OE} = \frac{GF}{EH}$ إذن $\frac{OF}{OH} = \frac{OG}{OE} = \frac{a}{b}$

$\frac{OF}{OH} = a \cdot \frac{1}{b} = a \cdot a = a^2$ أي

$\frac{OF}{OH} = a\sqrt{3} + 1$ أي

ب) لنا : $\frac{OF}{OH} = a\sqrt{3}+1$ يعني $OF = (a\sqrt{3}+1) \times OH$

$HF - OH = (a\sqrt{3}+1) \times OH$

يعني $HF = OH + (a\sqrt{3}+1) \times OH$

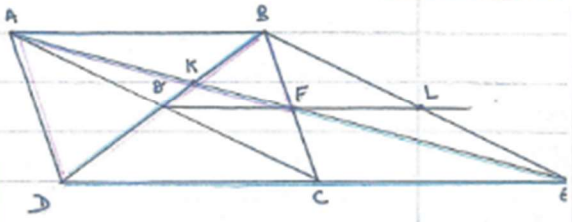
يعني $\sqrt{3} = OH(a\sqrt{3}+2)$.

لنا $a^2 = 1 + a\sqrt{3}$ $\sqrt{3} = OH.(a^2 - 1 + 2)$

$a\sqrt{3} = a^2 - 1$ $\sqrt{3} = OH.(a^2+1)$

$OH = \frac{\sqrt{3}}{a^2+1}$

تمرين عدد 3:




1) في المثلث KDE لنا :

- $B \in (KD)$ ، $A \in (KE)$ ، $(AB) // (DE)$

حسب مبرهنة طالس : $\frac{KB}{KD} = \frac{KA}{KE} = \frac{AB}{DE}$

إذن : $\frac{KB}{KD} = \frac{KA}{KE}$

في المثلث KAD لنا :

- $F \in (KA)$ ، $E \in (KD)$ ، $(AD) // (BF)$

حسب مبرهنة طالس : $\frac{KB}{KD} = \frac{KF}{KA} = \frac{BF}{AD}$

إذن : $\frac{KB}{KD} = \frac{KF}{KA}$

ب) لنا $\begin{cases} \frac{KB}{KD} = \frac{KA}{KE} \\ \frac{KB}{KD} = \frac{KF}{KA} \end{cases}$ إذن : $\frac{KA}{KE} = \frac{KF}{KA}$

يعني : $KA \times KA = KE \times KF$

يعني : $KA^2 = KE \times KF$

ج) 1) في الرباعي ABEC لنا :

$(BE) // (AC)$ و $(CE) // (AB)$

إذن ABEC متوازي الأضلاع ومنه القطران [BC] و [AE] يتقاطعان في منتصفهما. لنا $(AE) \cap (BC) = \{F\}$

إذن F منتصف [AE] .

3) في المثلث BDC لنا :

- O منتصف [BD] . (O مركز متوازي الأضلاع ABCD)
- O منتصف [BC] .

لأن $(DC) // (OF)$ و $OF = \frac{1}{2}DC$

في المثلث BCE لنا :

- F منتصف [BC]
- $(OF) // (CE)$
- $(OF) \cap (BE) = \{L\}$

إذن L منتصف [BE].

ب) لنا في المثلث BCE :

- F منتصف [BC]
- L منتصف [BE]

إذن $FL = \frac{1}{2}CE = \frac{9}{4}$ ولنا : $OF = \frac{1}{2}DC = \frac{9}{4}$

$FL = OF$ و F و O و L على استقامة واحدة إذن F منتصف [OL]

تمرين عدد 3:

$A = (2\sqrt{3} - 9x)(x-1) - 18x + 4\sqrt{3}$

$= (2\sqrt{3} - 9x)(x-1) + 2(2\sqrt{3} - 9x)$

$= (2\sqrt{3} - 9x)(x - 1 + 2)$

$A = (2\sqrt{3} - 9x)(x+1)$

$A = 0$ يعني $2\sqrt{3} - 9x = 0$ أو $x + 1 = 0$

يعني $x = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ أو $x = -1$

$A = 2\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ يعني $(x+1)(2\sqrt{3} - 9x) = 2\sqrt{3}(x+1)$

يعني $(x+1)(2\sqrt{3} - 9x - 2\sqrt{3}) = 0$

يعني $x + 1 = 0$ أو $-9x = 0$

$x = -1$ أو $x = 0$